RESEARCH ARTICLE

풍력단지에서의 Jensen 후류모델 후류감소계수 영향 분석

양경부[1] · 고경남[2†]

[1]블루이코노미전략연구원, 연구위원
[2]제주대학교 전기에너지공학과, 교수

Analysis of the Effect on Wake Decay Constant of Jensen Wake Model in a Wind Farm

Yang Kyoungboo[1] · Ko Kyungnam[2†]

[1]Chief Researcher, Blue Economy Strategy Institute
[2]Professor, Department of Electrical and Energy Engineering, Jeju National University

[†]Corresponding author: gnkor2@jejunu.ac.kr

Abstract

Wind turbines exchange wake effects with each other on wind farms, resulting in wake loss that reduces the power production of the wind farm. Various wake models have been developed to calculate these wake effects. Among them, the Jensen wake model is the most widely used. The model has a wake decay constant parameter for considering the topographical environment of the wind farm. However, setting this wake decay constant relies on the subjective judgment of the designer. In this study, a simulation program was developed to examine the effect of the wake decay constant of the Jensen wake model. The simulation results were compared with data collected from an actual wind farm. Consequently, the output of the downstream wind turbine was reduced due to the wake. By analyzing the effect of the wake decay constant, when the recommended value was applied, the results matched the measured values in certain cases but did not in others. However, when the wake decay constant calculated using the turbulence intensity was applied, the results were generally similar to those of the actual data.

Keywords: 풍력단지(Wind farm), 풍력터빈(Wind turbine), Jensen 후류모델(Jensen wake model), 후류감소계수(Wake decay constant), 난류강도(Turbulence intensity)

OPEN ACCESS

Journal of the Korean Solar Energy Society
Vol.44, No.1, pp.137-148, February 2024
https://doi.org/10.7836/kses.2024.44.1.137

pISSN : 1598-6411

eISSN : 2508-3562

Received: 20 January 2024

Revised: 5 February 2024

Accepted: 6 February 2024

Copyright © Korean Solar Energy Society

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution NonCommercial License which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서 론

풍력터빈 후방에는 바람이 회전하는 로터를 지나면서 후류가 발생하고 풍력단지내에서 풍력터빈들은 상호간에 후류영향(wake effect)을 주고받으며 풍력단지 전력생산량을 감소시키는 후류손실이 발생한다. 후류는 내부의 복잡한 메커니즘과 비선형적 현상으로[1)] 인해 정확한 형태와 상태를 이해하기 힘들지만 이를 예측하기 위해 쉽고 간편한 모델에서부터 많은 계산시간을 소모하는 정교한 모델까지 다양한 후류모델에 관한 연구가 계속되

고 있다. 후류모델은 해석모델(analytical model)과 수치모델(numerical model) 로 구분할 수 있다. 해석모델은 유도된 공식에 의해 후류의 풍속변화를 계산할 수 있는 해석적 방법을 제공하며, 수치모델은 Navier-Stokes (NS) 방정식을 기반으로 난류 유동장 해석 방법을 이용하여 계산한다.

해석모델의 첫번째 유용한 모델은 Lissaman[2)]의 날개요소이론과 운동량이론의 개발에 관한 그의 연구와 관련하여 소개되었으며 이후 운동량 이론에 기반한 다양한 후류 모델들이 개발되었다. 그중 가장 대표적이고 널리 사용되고 있는 해석 모델은 Jensen 모델[3,4)]로 후류 직경이 하류 거리에 따라 직선적으로 증가하며, 거리별 반경방향 풍속 감속이 동일하다는 가정하에 후류로 인한 풍속감소를 계산한다. Jensen 후류모델은 매우 단순하지만 풍력단지에서 유용한 결과를 보여줌으로써 여러 상용 소프트웨어의 기본 후류모델로 많이 사용되어지고 있다. Frandsen et al.[5)]은 동일간격의 풍력터빈들이 격자형으로 배치된 해상 풍력단지에서 풍속감소를 예측하기 위한 후류 모델을 제시하였고, Larsen[6)]은 NS 방정식을 근사화한 해석적 후류모델을 개발하였다. Gao et al.[7)]은 Jensen 모델을 기반으로 후류 반경방향 풍속이 정규분포를 따른다고 가정하여 Jensen 모델이 표현하지 못하는 반경 방향 풍속분포를 보완하는 후류모델을 제시하였다.

수치모델은 앞서 언급한 바와 같이 Navier-Stokes 방정식을 기반으로 하며, 난류 유동장 해석 방법에 따라 RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) 기반과 LES (Large Eddy Simulation) 기반의 해석으로 구분할 수 있다. Ainslie[8)]는 비압축성 NS 방정식을 사용하여 후류계산에 처음으로 적용하였고, 이후 이를 보완한 RANS 기반 상용 후류 모델들(DAWM, LAWF)이 개발되었다[9)]. Ott et al.[10)]은 RANS 기반 수치모델의 방대한 계산 시간을 극복하기 위해 선형 RANS 모델인 Fuga 모델을 개발하였다. LES[11,12)]는 풍력터빈과 주변 대기와의 상호작용을 시뮬레이션할 수 있는 기술로 RANS 기반 모델들이 일반적으로 정상상태(steady state)에서 계산되는 반면 LES는 비정상상태(unsteady state)를 묘사한다. 그러나 이러한 장점들은 엄청난 컴퓨터 계산 시간을 필요로 하기 때문에 LES는 다양한 풍속과 풍향에 대한 전력 생산량을 계산해야 하는 풍력발전단지의 에너지생산량 계산에 적합하지 않은 것으로 알려져 있다[13)].

후류모델 평가를 위한 비교 분석 연구들[14-20)]을 살펴보면 수치적 모델이 정확도가 해석적 방법에 비해 높으나 대형 풍력단지에 적용하기에는 계산비용이 너무 높다는 의견이 지배적이고, 해석적 후류모델은 적용 사이트에 따라 혹은 동일 사이트내에서도 관측자료의 바람 방향에 따라 잘 적용되는 경우와 그렇지 않은 경우 등의 차이를 보이는 것으로 알려져 있다. 이는 해석적 후류모델이 지형특성과 환경특성을 계산식에 반영하는데 한계가 있으며 이를 위한 주요 변수를 설계자가 결정해야 하는 어려움이 있기 때문이다. Jensen 모델은 지형 거칠기(roughness)에 따라 결정되는 후류감소계수(wake decay constant)를 사용하여 후류계산을 수행하고 있는데, 지형 거칠기에 대한 객관적 정의가 모호하여 이 값은 일반적으로 설계자의 판단 혹은 문헌상에서 권장되는 값을 사용하고 있다. 이전 Jensen 후류모델을 사용한 연구들[18,19)]에서는 풍력단지의 환경적 특성을 고려하지 않고 육상인 경우 0.075를 적용하고 해상인 경우 0.04를 후류감소계수 값으로 사용하고 있다. 이는 모든 풍력단지를 동일한 환경으로 간주하는 것으로, 풍력단지마다 환경특성은 다르기 때문에 그에 맞는 후류감소계수의 설정이 필요하고 이를 객관적으로 판단할 수 있는 방법이 필요하다.

본 연구에서는 풍력단지에 유입되는 바람의 방향과 풍력터빈간 거리에 따른 후류영향을 분석하였다. 또한 풍력단지에서 측정된 난류강도를 반영한 후류감소계수를 적용하여 후류감소계수의 영향을 검토하였다. 이를 위해 후류 시뮬레이션 프로그램을 개발하고 실제 풍력단지에서 수집된 데이터와 비교하여 그 결과를 검토하였다. 후류계산 결과와 비교하기 위한 실제 후류 데이터는 측정이 어렵기 때문에 풍력단지에서 수집가능한 풍력터빈의 출력데이터를 이용하여 후류로 인한 후방 풍력터빈의 출력감소율을 계산하여 비교하였다.

2. Jensen 후류모델

Jensen 후류모델은 N.O. Jensen에 의해 제안[3]되었고 이후 Katic et al.에 의해 수정[4]되어 현재까지 널리 사용되고 있는 대표적인 후류모델로 Fig. 1에서 보는 바와 같이 로터 후방으로 확장되는 후류 직경이 하류방향 거리에 비례하여 직선적으로 증가하고, 후류 내부의 풍속은 후류반경 방향에 대하여 모두 동일하다고 가정하고 있다.

입력풍속 u_0가 풍력터빈 로터를 지나 감속된 풍속 u_1을 계산하는 Jensen 모델은 다음과 같다[4].

$$u_1 = u_0\left[1-\left(1-\sqrt{1-C_t}\right)\left(\frac{D_r}{D_r+2k_w x}\right)^2\right] \tag{1}$$

여기서, C_t는 풍력터빈의 추력계수이고, D_r은 로터직경 그리고 k_w는 후류감소계수이다.

풍력발전단지에는 여러 대의 풍력터빈들이 설치되어 있으며, 이들은 운전 중 바람의 방향과 설치된 위치에 따라 다양한 형태로 상호간에 영향을 주거나 1개 이상의 풍력터빈과 상호 후류를 주고받는다. 따라서 풍력발전단지 전체 범위에서의 후류영향을 계산하기 위해서는 중첩되는 후류영향 범위와 이로 인한 풍속감소를 계산해야 한다.

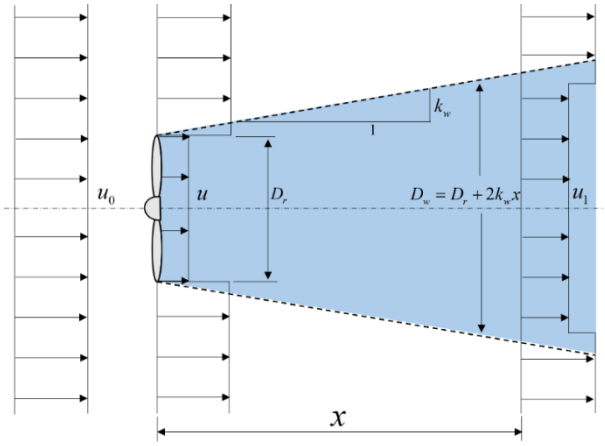

Fig. 1 Schematic representation of Jensen wake model

부분적인 후류영향을 받는 경우의 풍력터빈의 풍속손실($u_{def} = u_0 - u_1$)은 후류영향을 받는 로터면적의 비율을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다[21].

$$u_{def} = u_0\left(1-\sqrt{1-C_t}\right)\left(\frac{D_r}{D_r+2k_w x}\right)^2 \frac{A_{overlap}}{A_r} \tag{2}$$

여기서, $A_{overlap}$은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 전방 풍력터빈에서 확장된 후류면적(A_w)과 후방에 위치한 터빈의 로터면적(A_r)과의 교차면적이다.

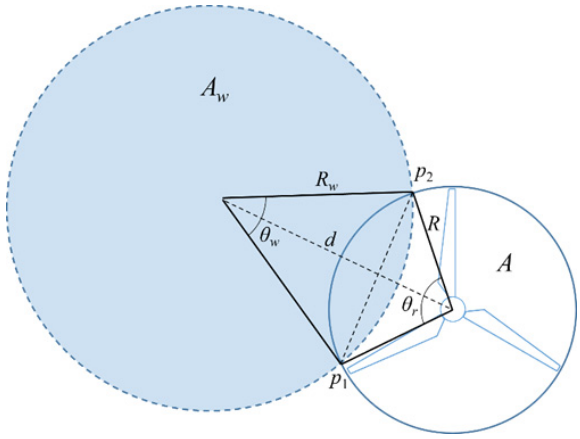

Fig. 2 Calculation of the overlap between the wake and wind turbine rotor swept area

Fig. 2는 후류와 풍력터빈 로터의 교차면적을 계산하는 방법을 묘사한 것으로 로터 영역이 확장 후류 영역과 교차하는지 혹은 후류영역에 완전히 포함되는지 여부를 식(3)에 의하여 판별한 후 교차면적을 계산한다.

$$A_{overlap} = \begin{cases} 0, & \text{if } R_w + R_r \le d \\ A_r, & \text{if } R_w - R_r \ge d \\ A_{partial}, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

여기서, R_w는 후류반경이고, R_r은 풍력터빈 로터반경, 그리고 d는 전방에 위치한 풍력터빈과 후방에 위치한 풍력터빈 간의 거리이다. 후류 교차면적은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$A_{partial} = \frac{1}{2}\left[R_w^2(\theta_w - \sin\theta_w) + R_r^2(\theta_r - \sin\theta_r)\right] \tag{4}$$

여기서, θ_w와 θ_r은 각각 후류영역이 교차하는 원호와 로터직경이 교차하는 원호의 각도로 다음과 같다.

$$\theta_w = 2\cos^{-1}\left(\frac{d^2-(R_w^2-R_r^2)}{2dR_w}\right) \tag{5}$$

$$\theta_r = 2\cos^{-1}\left(\frac{d^2 + (R_w^2 - R_r^2)}{2dR_r}\right) \tag{6}$$

3. 풍력단지 적용

Jensen 모델의 후류감소계수 영향을 검토하기 위하여 운영중인 육상 풍력단지에서 수집된 풍력터빈 SCADA (supervisory control and data acquisition) 데이터와 풍력단지 인근 기상탑에서 수집된 바람 데이터를 이용하여 후류로 인한 출력감소를 비교하였다. Fig. 3은 본 연구에 사용된 데이터를 수집한 제주 가시리 풍력단지의 터빈 배치를 보여주는 것으로, 660 kW 6기(WT1 ~ 6)와 1,500 kW 7기(WT7 ~ 13)가 격자 형식으로 배치되어 있다.

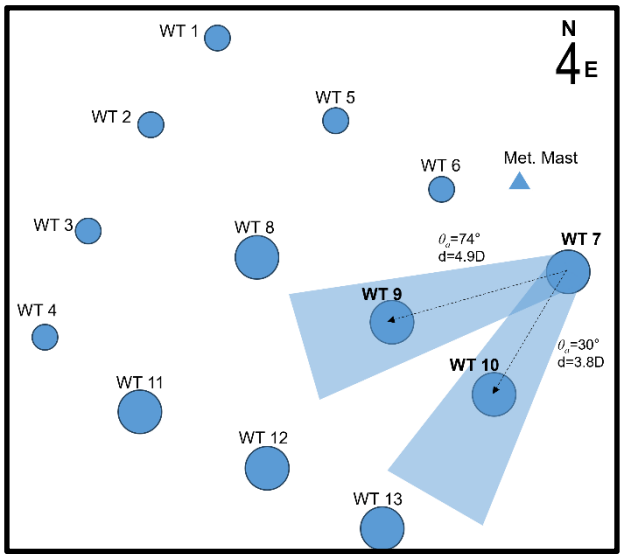

Fig. 3 The layout of Gasiri wind farm and the turbine pairs for the power deficit comparison

Table 1 Wind turbine specification

Specifications	Value
Rated power [kW]	1500.0
Hub height [m]	70.0
Rotor diameter [m]	77.0
Cut-in wind speed [m/s]	3.5
Rated wind speed [m/s]	13.0
Cut-out wind speed [m/s]	25.0

후류영향 검토를 위해 사용된 풍력터빈은 Fig. 3에서 보는 바와 같이 중첩후류의 영향을 받지 않는 한 쌍의 동일 기종을 선택하여 거리별로 7호기-10호기(WT7-10)와 7호기-9호기(WT7-9)를 선정하였다. 분석에 사용된 풍력터빈은 1,500 kW 용량의 풍력터빈으로 사양은 Table 1에 나타내었다. 풍력터빈간 거리는 각각 3.8D_r

(WT7-10)와 4.9D_r (WT7-9)이다. 선택된 한 쌍의 풍력터빈에 대한 출력감소의 분석은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 바람방향에 따라 전후방 터빈의 평균 출력 데이터를 이용하여 후방터빈의 출력감소율을 계산하였다. 그리고, 후류모델에 의한 시뮬레이션 출력감소의 계산은 앞서 제시한 식(3) ~ (5)를 이용하여 후방 터빈이 전방 터빈에 의해 후류 영향을 받는 범위를 산출하고 해당 바람 방향에서의 후류 모델 계산을 수행하여 산출하였다.

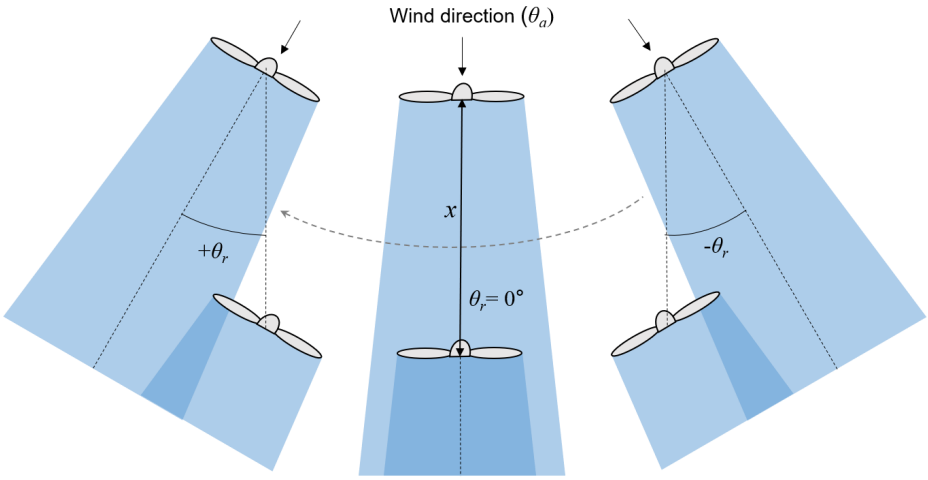

Fig. 4 Concept diagram for power deficit calculation

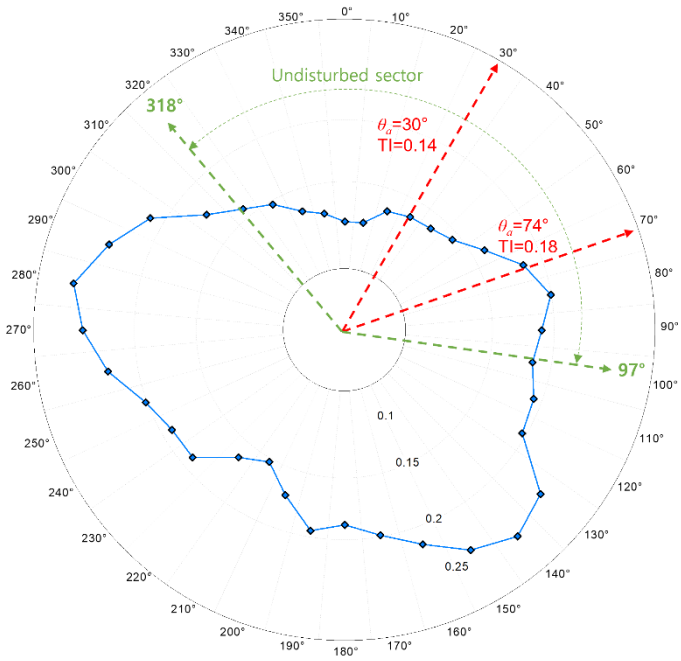

Fig. 5 Turbulence intensity distribution of the Gasiri wind farm

자유흐름 풍속과 풍향은 Fig. 3에 나타낸 것과 같이 7호기 인근에 설치된 70 m 기상탑에서 수집된 데이터를 사용하였고 데이터 수집기간은 2013.1.1. ~ 2013.12.31.이다. Fig. 5는 기상탑 70 m에서 수집된 풍황데이터를 이용하여

산출한 가시리 풍력단지의 풍향별 전체 풍속에 대한 평균 난류강도(TI) 분포를 도식화한 것으로 분석에 사용된 두 쌍의 풍력터빈 방향의 난류강도는 풍력터빈 허브높이를 기준으로 각각 WT7-10의 경우 TI = 0.14이고, WT7-9의 경우 TI = 0.18이다. 분석에 사용된 두 개의 방향은 데이터 측정시 풍력터빈 후류로 인해 간섭을 받지 않는 구간으로 IEC 61400-12-1에 제시된 장애물 평가 방법을 적용하였을 때 비장애구간(undisturbed sector)범위안에 들어온다.

후류 분석에 사용된 SCADA의 풍력터빈 출력 데이터는 1년간 수집된 데이터 중에서 선정된 두 쌍의 풍력터빈이 동시에 운전된 시간의 데이터만을 구분하여 분석에 사용하였다. 후류 모델 계산은 C++ 언어를 이용하여 후류 모델을 프로그래밍하고 후류 내부 풍속분포를 시각적으로 확인하기 위해 OpenGL 그래픽 라이브러리를 사용하여 시뮬레이션 할 수 있도록 프로그램을 개발하여 수행하였다.

4. 결과 및 고찰

후류영향 분석에 사용된 풍속은 풍력터빈 허브 높이와 동일한 70 m에서 측정된 7 m/s와 8 m/s이고, 후류 모델계산에 필요한 추력계수와 출력계산에 필요한 출력곡선은 풍력터빈 제조사에서 제공된 데이터를 사용하였다. Jensen 후류모델을 사용하는데 있어 필요한 파라미터인 후류감소계수는 다수의 연구에서 적용한 육상풍력단지의 권장값인 0.075를 사용하였다. 그러나 이는 모든 풍력단지를 동일한 환경으로 가정하는 것이므로, 풍력단지별 환경적 요소를 반영하기 위하여 Pena et al.[22]이 제시한 난류강도를 이용한 후류감소계수를 적용하여 그 결과를 비교하였다. Pena et al.이 제시한 후류감소계수 산출식은 다음과 같다.

$$k_w \approx 0.4\mathrm{TI}_h \tag{7}$$

여기서, TI_h 풍력터빈 허브높이에서의 난류강도이다.

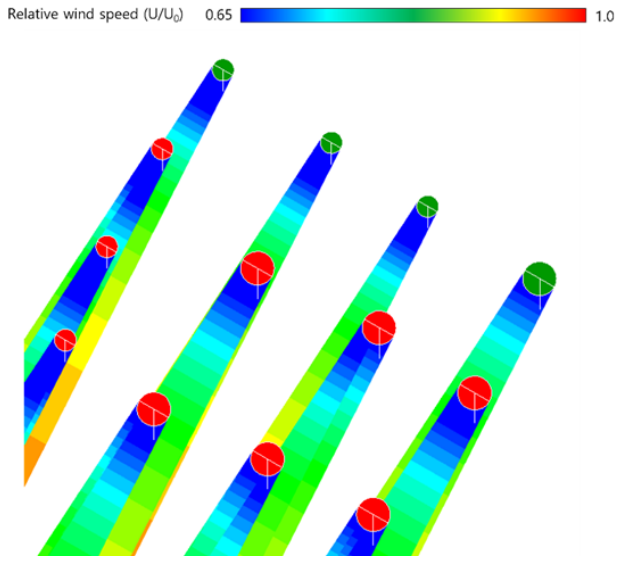

Fig. 6 Wind speed deficit simulation (θ_a = 30°, U_0 = 8 m/s)

Fig. 6은 WT7-10 분석을 위한 방위각 30°에서의 풍속 8 m/s인 경우 풍력단지 전체 풍력터빈의 후류분포를 시뮬레이션 수행한 결과이다. 후류분포의 파란색 영역은 풍속감소가 큰 영역이고 빨간색 영역으로 갈수록 자유흐름 풍속에 가까워지는 것으로, 자유흐름 풍속이 풍력터빈 로터를 지나면서 높은 풍속감소가 이루어지고 있으며 거리가 멀어질수록 풍속이 복원하는 것을 확인할 수 있다. 또한, 전방의 2개 이상의 풍력터빈들로부터 영향을 받은 중첩후류로 인한 영향과 부분영향을 받는 상태를 시각적으로 확인할 수 있다. WT7-10의 경우 후방에 위치한 WT10은 WT7에 의해 발생한 후류영역에 완전히 포함되었으며 현재 방위각을 기준으로 풍향이 좌우 30° 회전을 하는 동안의 후류로 인한 출력감소를 분석하였다.

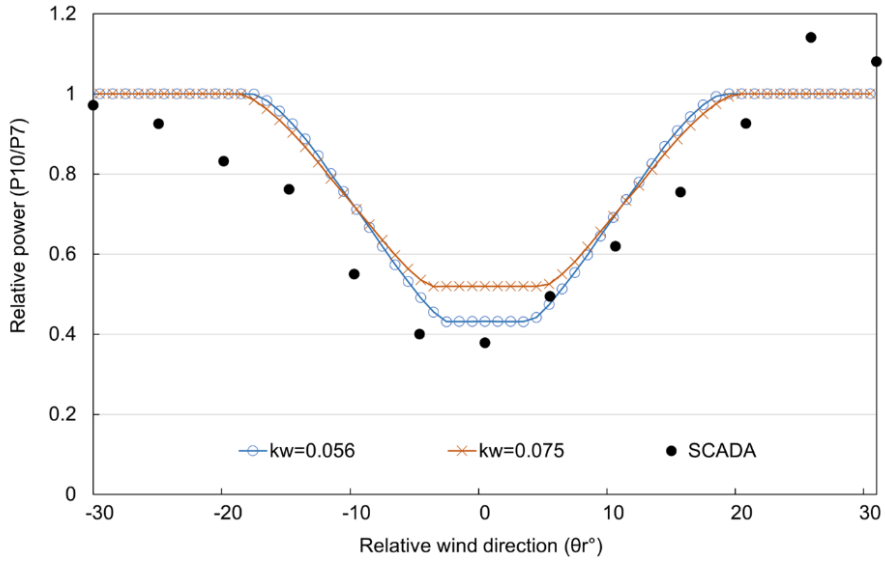

Fig. 7 Comparison of wind turbine power deficits in case of WT7-10 (θ_a = 30°, U_0 = 7 m/s, d = 3.8D_r)

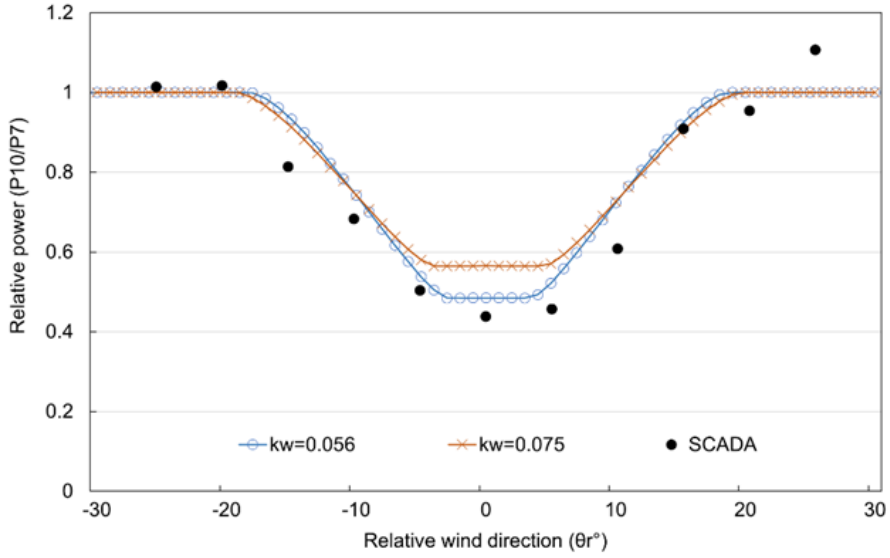

Fig. 8 Comparison of wind turbine power deficits in case of WT7-10 (θ_a = 30°, U_0 = 8 m/s, d = 3.8D_r)

Fig. 7은 WT7-10의 풍속 7 m/s, 3.8D_r 거리에서의 후류로 인한 출력감소율을 비교한 것으로 Jensen 후류모델의 후류감소계수는 0.075를 적용한 것과 방위각 30° 방향의 난류강도를 이용하여 산출한 0.056 (TI = 0.14)을 적용한 결과를 SCADA 데이터와 비교하고 있다. SCADA 데이터를 보면 3.8D_r 거리에서 후류로 인해 후방 풍력터빈의 출력은 약 60% 감소하고 있음을 알 수 있다. Jensen 후류모델을 사용한 계산 결과를 보면 k_w = 0.056인 경우 대체로 SCADA 결과와 유사한 출력감소를 보여주는 반면 k_w = 0.075인 경우 약 10% 정도 낮은 감소율을 나타내고 있다.

Fig. 8은 WT7-10의 풍속 8 m/s, 3.8D_r 거리에서의 후류로 인한 출력감소율을 비교한 것으로 7 m/s보다 SCADA 출력감소는 줄어든 것을 확인할 수 있다. 이는 추력계수와 관련이 있으며, 풍력터빈의 추력계수는 풍속이 증가할수록 감소하기 때문이다. 풍속 7 m/s에서 적용했던 동일한 TI = 0.14로 산출한 k_w = 0.056인 경우 SCADA 결과와 유사한 출력감소를 보여주고 있으며 반면 일반적으로 많이 사용되는 k_w = 0.075인 경우 이 보다 낮은 출력감소를 보이면서 후류영향을 과소평가하고 있다.

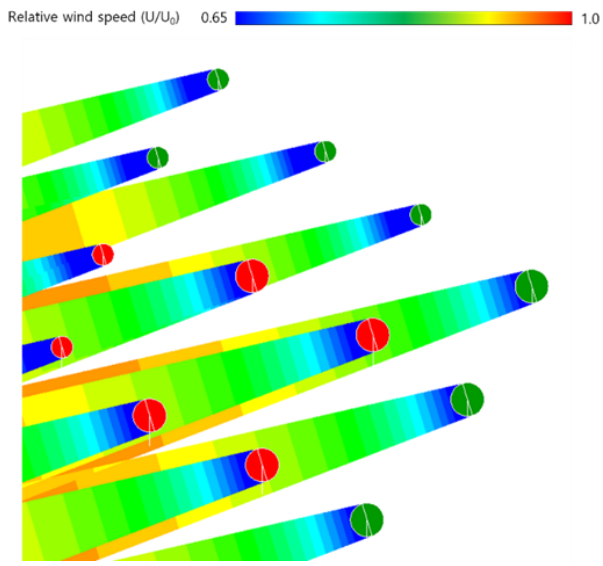

Fig. 9 Wind speed deficit simulation (θ_a = 74°, U_0 = 8 m/s)

다음은 풍력터빈간 거리 4.9D_r인 경우(WT7-9)에 대한 SCADA와 후류모델 계산 결과를 비교하였다. Fig. 9는 WT7-9의 풍속 8 m/s인 경우 풍향 θ_a = 74°에서 바람이 불어올 때 풍력단지의 후류분포 시뮬레이션 결과이다. 앞서 보았던 풍향 θ_a = 30°에서의 후류영향 분포가 변화하였으며 후류영향을 주는 풍력터빈들도 바뀌었다. 현재 방위각에서는 WT9가 WT7에 의해 발생한 후류영역에 완전히 포함되었으며 현재 풍향을 기준으로 풍향이 좌우 30° 회전을 하는 동안의 후류로 인한 WT9의 출력감소를 분석하였다.

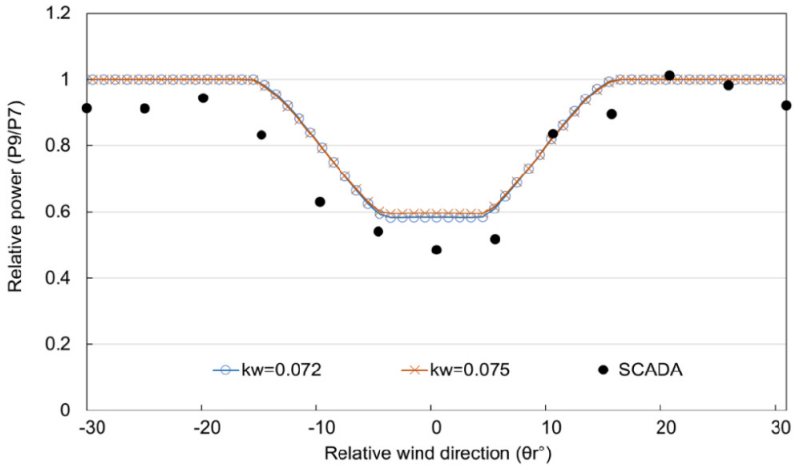

Fig. 10 Comparison of wind turbine power deficits in case of WT7-9 (θ_a = 74°, U_0 = 7 m/s, d = 4.9D_r)

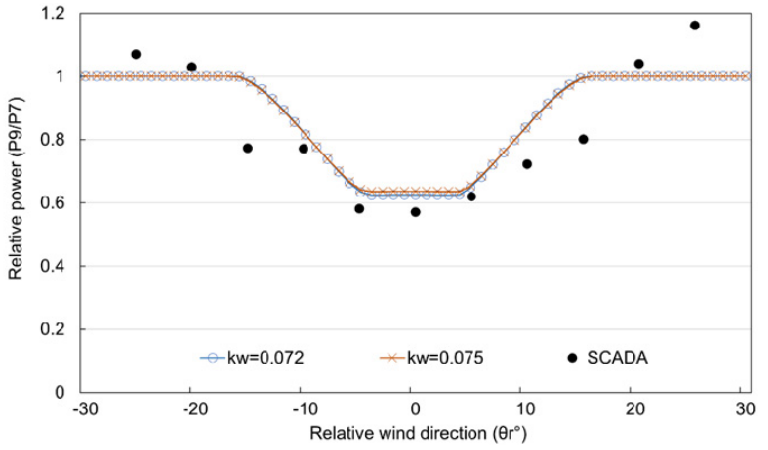

Fig. 11 Comparison of wind turbine power deficits in case of WT7-9 (θ_a = 74°, U_0 = 8 m/s, d = 4.9D_r)

방위각 θ_a = 74°에서 난류강도 TI = 0.18로 식(7)을 이용하여 후류감소계수를 산출하면 k_w = 0.072이다. Fig. 10은 WT7-9의 풍속 7 m/s, 4.9D_r 거리에서의 후류로 인한 출력감소율을 비교한 것으로 Jensen 후류모델의 후류감소계수 0.075와 풍향 74°에서의 난류강도를 이용하여 산출한 0.072을 적용한 결과를 SCADA 데이터와 비교하고 있다. 앞서 분석한 3.8D_r 보다 1.1D_r 멀어진 거리에서 계산한 것으로 SCADA 데이터를 보면 풍속 7 m/s에서 최대 약 50%의 출력감소를 보이고 있어 후류진행 거리가 길어지면서 출력감소는 줄어드는 것을 알 수 있다. Fig. 11은 WT7-9의 풍속 8 m/s, 거리 4.9D_r에서 후류로 인한 출력감소율을 비교한 것으로 후방 풍력터빈의 출력은 최대 약 40% 감소하고 있다. 4.9D_r 거리에서 후류모델 계산결과는 두가지 후류감소계수가 유사하여 비슷한 결과를 보이고 있으며 7 m/s에서는 최대값에서 다소 차이를 보이고 있으나 8 m/s에서는 실제 출력감소율과 유사한 결과를 나타내고 있다.

앞서 분석한 두 쌍(WT7-10, WT7-9)의 후류영향 비교 결과에서 거리에 따른 후류로 인한 출력감소의 차이가 있음을 알 수 있다. 풍향별로 살펴본 결과 기존 문헌들에서 권장하는 후류감소계수를 동일하게 적용한 경우

풍향별로 실제 후류영향 결과와 대체로 일치하는 경우와 그렇지 않는 경우가 있음을 확인하였다. 이러한 획일적인 후류감소계수의 적용은 전체 풍력단지의 에너지생산량 계산 결과에 많은 오차를 포함한다고 할 수 있다. 반면 풍향별 난류강도를 이용하여 산출한 풍향별 후류감소계수를 적용한 결과는 대체로 실측 데이터와 유사한 결과를 보여주고 있어 풍향별 적절한 후류감소계수의 적용이 필요함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 Jensen 후류모델을 이용하여 육상 풍력단지를 대상으로 후류로 인한 출력감소와 후류모델 계산에 필요한 후류감소계수의 영향을 검토하였다. 주요 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 풍력단지에서 후류로 인한 영향을 검토하기 위한 시뮬레이션을 수행한 결과 풍력터빈간의 거리가 $4D_r$ 이내에서는 후류영향을 받는 후방 풍력터빈이 최대 60%의 출력감소가 발생하였으며 동일거리에서 풍속이 증가할수록 후방 풍력터빈의 출력감소는 줄어들었다.

(2) 후류모델 계산시 모든 방향에 일정한 후류감소계수를 적용하는 경우 풍향별로 실측값과 유사한 경우와 차이를 보이는 경우가 있어 풍향별로 적절한 후류감소계수의 설정이 필요함을 확인하였다.

(3) 풍력단지의 풍향별 난류강도를 이용한 후류감소계수의 산출결과 동일한 후류감소계수를 적용한 결과에 비해 실측 데이터에 좀더 유사한 결과를 보여주었으며 기존 지형거칠기 방법에 비해 객관적 산출이 가능하므로 후류모델 계산에 있어 유용한 방법으로 사료된다.

후 기

이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다(No. 2021R1A2C2009315).

REFERENCES

1. González, J., Payán, M., Santos, J. M. R., and González-Longatt, F., A Review and Recent Developments in the Optimal Wind-Turbine Micro-Siting Problem, Renew Sustain Energy Reviews, Vol. 30, pp. 133-144, 2014, https://doi.org/10.1016/j.rser.2013.09.027.
2. Lissaman, P. B. S., Energy Effectiveness of Arbitrary Arrays of Wind Turbines, Journal of Energy, Vol. 3, No. 6, pp. 323-328, 1979, https://doi.org/10.2514/3.62441.
3. Jensen, N. O., A Note on Wind Generator Interaction, Risø National Laboratory, 1983, Denmark.
4. Katic, I., Højstrup, J., and Jensen, N. O., A Simple Model for Cluster Efficiency, European Wind Energy Association Conference and Exhibition, Vol. 1, pp. 407-410, October 1986, Rome, Italy: A. Raguzzi.
5. Frandsen, S., Barthelmie, R., Pryor, S., Rathmann, O., and Larsen, S., Analytical Modelling of Wind Speed Deficit in Large Offshore Wind Farms, Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology, Vol. 9, pp. 39-53, 2006, https://doi.org/10.1002/we.189.
6. Larsen, G. C., A Simple Stationary Semi-Analytical Wake Model, Risø National Laboratory for Sustainable

Energy, Technical University of Denmark: Roskilde, 2009, Denmark.

7. Gao, X., Yang, H., and Lu, L., Optimization of Wind Turbine Layout Position in a Wind Farm Using a Newly-Developed Two-Dimensional Wake Model, Appl Energy, Vol. 174, pp. 192-200, 2016, https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.04.098.
8. Ainslie, J. F., Calculating the Flowfield in the Wake of Wind Turbines, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 27, pp. 213-224, 1988, https://doi.org/10.1016/0167-6105(88)90037-2.
9. Schlez, W., Neubert, A., and Smith, G., New Developments in Precision Wind Farm Modelling, Deutsche Windenergie Konferenz, 2006.
10. Ott, S., Berg, J., and Nielsen, M., Linearised CFD Models for Wakes, Danmarks Tekniske Universitet, Risø Nationallaboratoriet for Bæredygtig Energi, 2011, Denmark.
11. Calaf, M., Meneveau, C., and Meyers, J., Large Eddy Simulation Study of Fully Developed Wind-Turbine Array Boundary Layers, Physics of Fluids, Vol. 22, No. 1, 2010, https://doi.org/10.1063/1.3291077.
12. Wu, Y. T. and Porté-Agel, F., Large-Eddy Simulation of Wind-Turbine Wakes: Evaluation of Turbine Parametrisations, Boundary-Layer Meteorology, Vol. 138, pp. 345-366, 2011, https://doi.org/10.1007/s10546-010-9569-x.
13. Beaucage, P., Brower, M., Robinson, N., and Alonge, C., Overview of Six Commercial and Research Wake Models for Large Offshore Wind Farms, Proceedings of the European Wind Energy Associate (EWEA), Vol. 18, April 2012, Copenhagen, Denmark.
14. Barthelmie, R. J. and Jensen, L. E., Evaluation of Wind Farm Efficiency and Wind Turbine Wakes at the Nysted Offshore Wind Farm, Wind Energy, Vol. 13, No. 6, pp. 573-586, 2010, https://doi.org/10.1002/we.408.
15. Barthelmie, R. J., Frandsen, S. T., Rathmann, O., Hansen, K., Politis, E. S., Prospathopoulos, J. M., Schepers, J. G., Rados, K., Cabezon, D., Schlez, W., Neubert, A., and Heath, M., Flow and Wakes in Large Wind Farms: Final Report for UpWind WP8, Denmark, 2011.
16. Tong, W., Chowdhury, S., and Zhang, J., Messac, A., Impact of Different Wake Models on the Estimation of Wind Farm Power Generation, 12th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference and 14th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis And Optimization Conference, p. 5430, 2012, Indianapolis, USA, https://doi.org/10.2514/6.2012-5430.
17. Brusca, S., Lanzafame, R., Famoso, F., Galvagno, A., Messina, M., Mauro, S., and Prestipino, M., On the Wind Turbine Wake Mathematical Modelling, Energy Procedia, Vol. 148, pp. 202-209, 2018, https://doi.org/10.1016/j.egypro.2018.08.069.
18. Archer, C. L., Vasel-Be-Hagh, A., Yan, C., Wu, S., Pan, Y., Brodie, J. F., and Maguire, A. E., Review and Evaluation of Wake Loss Models for Wind Energy Applications, Applied Energy, Vol. 226, pp. 1187-1207, 2018, https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.05.085.
19. Göçmen, T., Van der Laan, P., Réthoré, P. E., Diaz, A. P., Larsen, G. C., and Ott, S., Wind Turbine Wake Models Developed at the Technical University of Denmark: A Review, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 60 pp. 752-769, 2016, https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.01.113.
20. Vermeer, L. J., Sørensen, J. N., and Crespo, A., Wind Turbine Wake Aerodynamics, Progress in Aerospace Sciences, Vol. 39, pp. 467-510, 2003, https://doi.org/10.1016/S0376-0421(03)00078-2.
21. Mittal, P., Kulkarni, K., and Mitra, K., A Novel Hybrid Optimization Methodology to Optimize the Total Number and Placement of Wind Turbines, Renewable Energy, Vol. 86, 2016.
22. Pena, A., Réthoré, P. E., and van der Laan, M. P., On the Application of the Jensen Wake Model Using a Turbulence-Dependent Wake Decay Coefficient: The Sexbierum Case, Wind Energy, Vol. 19, No. 4, pp. 763-766, 2016, https://doi.org/10.1002/we.1863.